

問題H: キャッシュ戦略

問題概要

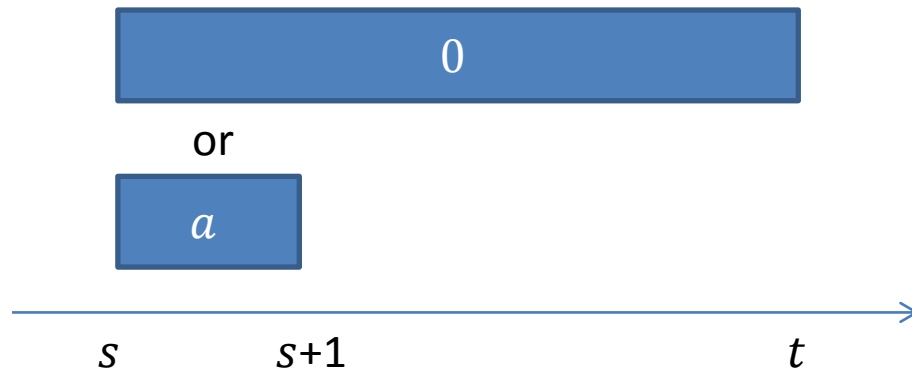
- M 個の箱があり, N 個のボールを決められた順番で K 回入れていく
- すでにボールが入っていればコストは0
- 入っていない場合は, ボールを入れるコストがかかる
- 空き箱がなければどれかボールを取り出す

着目点

- あるボールを時刻 s に挿入し, 次の挿入が時刻 t とする
- 時刻 s から t までずっと箱に入っていれば t での挿入のコストが0になる
- そうでなければ, いつ取り出しても同じなので時刻 $s + 1$ で取り出したと思えばよい

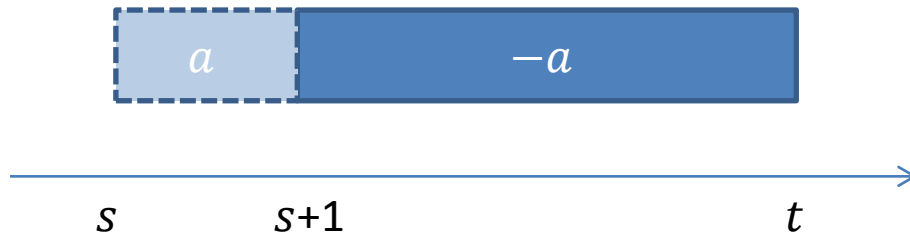
区間の問題へ

- 区間 $[s, t)$, $[s, s + 1)$ のどちらかを選ぶ
 - 次の出現まで箱に残すか, すぐに取り出すか
 - 前者はコスト 0, 後者はコスト a
- 区間の重なりは M まで
 - 同時には M 個しか箱に入れられない



区間の問題へ

- 引き算して, $[s + 1, t)$ にコスト $-a$
- 区間の重なりは $M-1$ まで



最小費用流

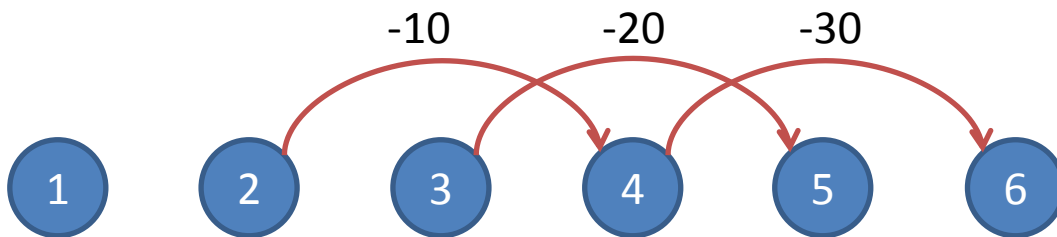
- 区間の集合から重なりが高々 $M-1$ のものを選び、重みの総和を最小化する問題
- これは最小費用流を用いて解くことができる
 1. K 個の頂点を用意



3	3	6
10	20	30
1		
2		
3		
1		
2		
3		

最小費用流

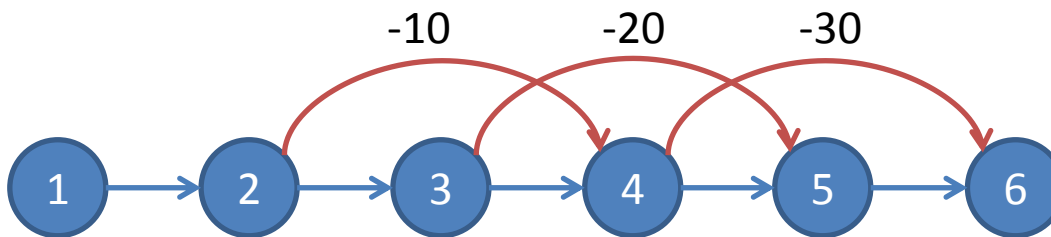
2. コスト c の区間 $[a,b)$ に対応して頂点 a から頂点 b へ容量1, コスト c の辺を張る



3	3	6
10	20	30
1		
2		
3		
1		
2		
3		

最小費用流

3. 頂点aから頂点a+1に容量 ∞ , コスト0の辺を張る

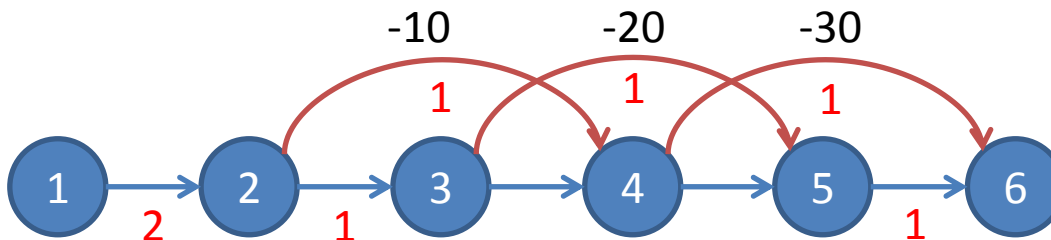


3	3	6
10	20	30
1		
2		
3		
1		
2		
3		

最小費用流

4. 1からKへの流量M-1の最小費用流を求める

流量2の最小費用流は-60
よって答えは-60+120=60



3	3	6
10	20	30
1		
2		
3		
1		
2		
3		

結果

- ファーストアクセプタンス
 - 124分: SEKIDO Hiroto
- 正答数
 - 1人