

2011/05/14 東京大学駒場キャンパス

東京大学プログラミングコンテスト 2011

# 問題 K : 巡回セールスマン問題

東京大学大学院情報理工学系研究科

秋葉 拓哉

# 問題概要

- 辺に距離のある有向グラフが与えられる
- 頂点を  $1, 2, \dots, N - 1, N, 1$  と順に訪れたい
  - 移動の間に他の頂点を訪れるのは可
- 最も短い経路の長さは？

(巡回セールスマン問題それ自体ではなく、巡る順番が与えられた際の最短経路長を計算する、というような問題)

# 最初に思うこと1

最短経路長を  $N$  個求めれば良い

- $1 \rightarrow 2$
- $2 \rightarrow 3$
- ....
- $N - 1 \rightarrow N$
- $N \rightarrow 1$

従って、ちょっぴやで最短経路長を計算したい

# 最初に思うこと2

見慣れない形式の制約がついてる:

$$0 \leq M \leq N + 500$$

(辺数は頂点数 + 500 以下)

どう考えてもこれを活用しそう

# グラフの条件たち

条件の経路が存在するためには、  
頂点 1 から全ての頂点に行けるはず

従って、グラフは、  
**頂点 1 を根とするツリー**  
に  
**500 本ぐらい辺**  
を加えた物

# グラフの条件たち

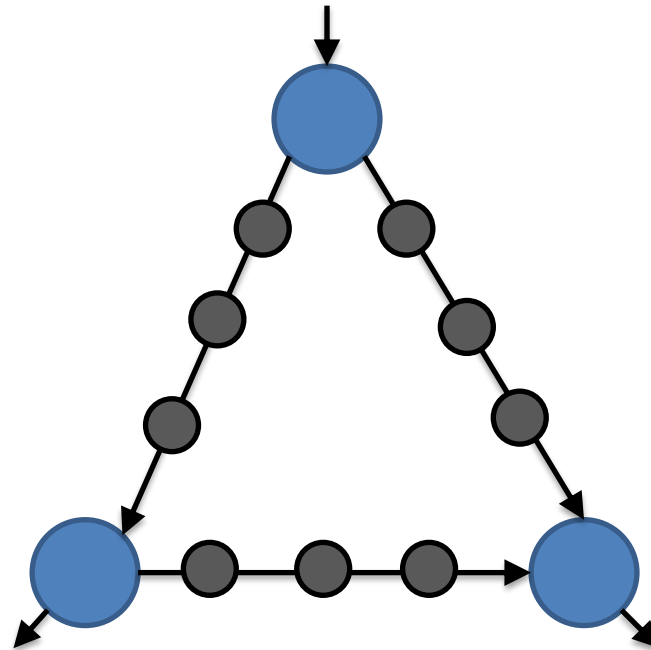
条件の経路が存在するためには、  
全ての頂点から頂点 1 に戻れるはず

従って、ツリーの葉は高々 500 個  
(葉からは、ツリーに含まれない辺が出てる必要がある)

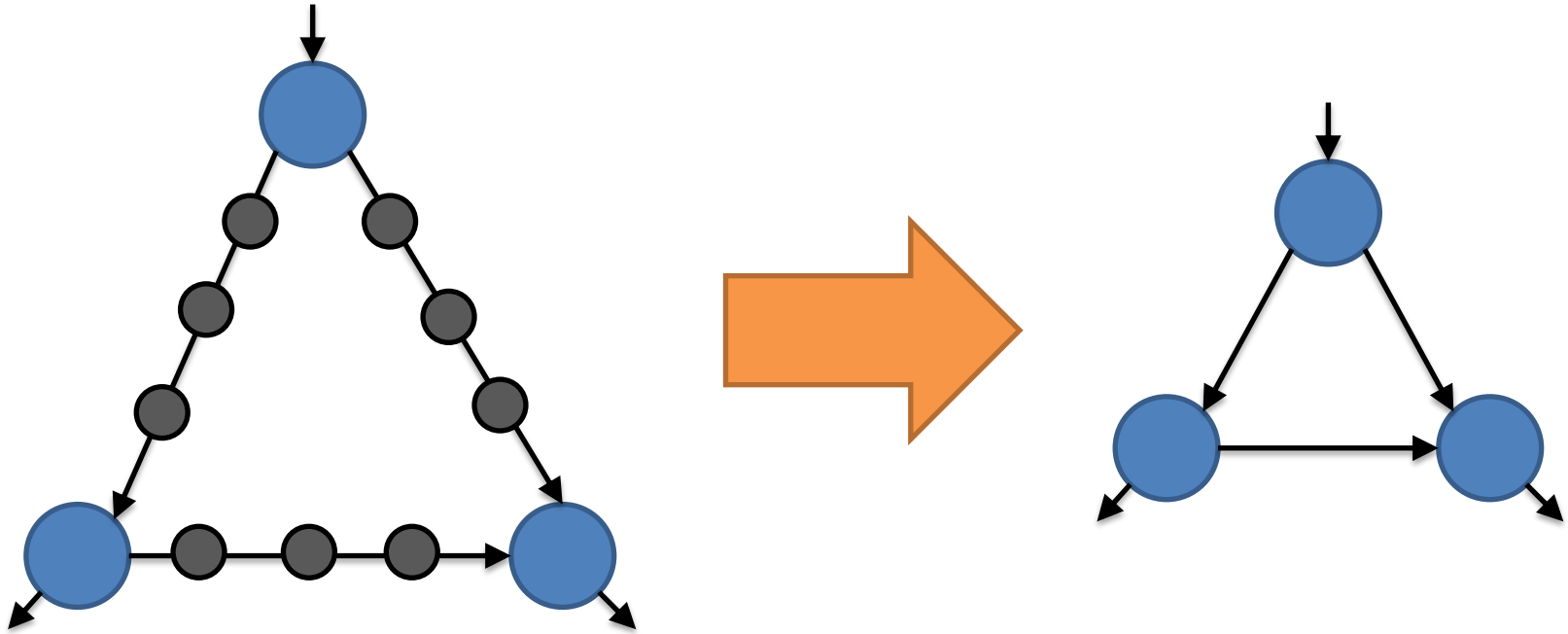
ツリーにおいて枝分かれする  
頂点数も 500 個以下

# グラフ

実は、かなりシンプル  
枝分かれ・合流している頂点が少ない  
(1000 個程度以下)



# グラフを圧縮

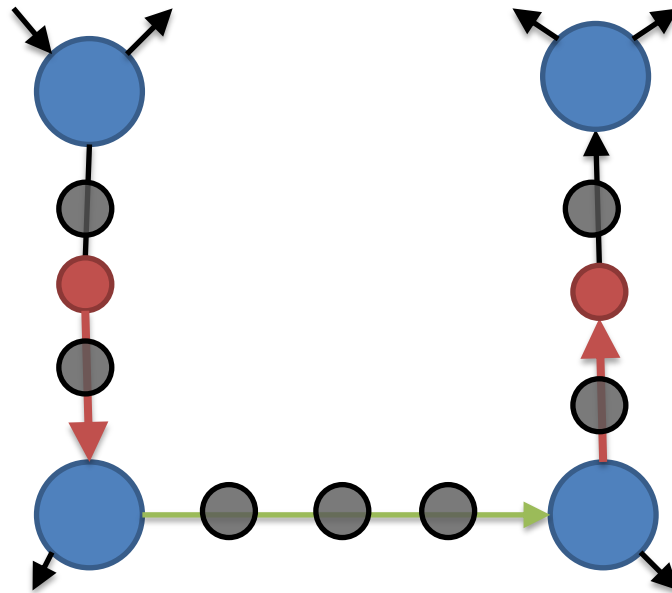


パス上の頂点を気にしないグラフを作る



# 圧縮すると？

- 小さいので全点对最短距離が計算できる
  - 疎なので、全頂点から Dijkstra する
- それを使うと、元のグラフ上での任意の2点間の最短距離が  $O(1)$  計算できる



# 提出状況

- 最初の正解: hos.lyric さん (2:08:26)
- 提出件数: 36
  - ナイーブなプログラムが多く提出されていました...
- 正解件数: 1