

D: 地図が 2 枚

原案: kinaba

解説: kitamasa

問題概要

- 大きさの違う地図を二枚重ねる
- 不動点の座標を求めよ

解法 1 : 収束するまで回す

- 同じ変換を何度も繰り返すと 1 点に収束する
- 全体を動かす必要はなく初めの 2 点を動かしていくだけでよい

解法 2 : 変換を行列で表す

- 回転と拡大縮小と平行移動を組み合わせた変換はアフィン変換
- アフィン変換は 3×3 行列で書くことができる

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + b_2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- 最初の 3 点くらいから行列を求め固定点を求めればよい

解法 3：複素数で表す

- 縮小と回転と平行移動だけなのでどれも複素数で表すことができる
- 回転と縮小は $\frac{1}{2}e^{i\theta}$ 倍することになる
- 回転と縮小の中心を c とおくと変換は次のように書ける

$$v' = \frac{1}{2}e^{i\theta}(v - c) + c$$

- $\frac{1}{2}e^{i\theta}$ は初めの 2 点の行先でわかる

$$\frac{1}{2}e^{i\theta}(v_2 - v_1) = (v'_2 - v'_1)$$

- あとは c に関する 1 次方程式を解くだけ

- First Accepted: hos.lyric* (26:22)
- Accepted: 45
- Submitted: 77