

ちくちくばんばん

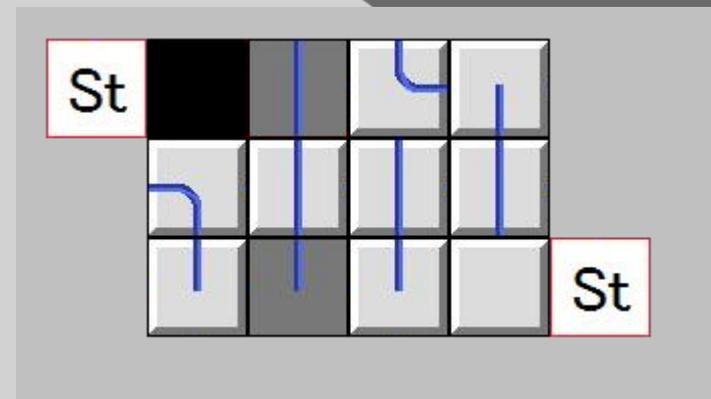
問題作成：小西祐介

解法作成：小西、小島

解説：小西祐介

問題概要

- レールが彫ってあるタイルをスライドさせ列車をゴールへと導いて下さい
- 動かないタイルもある。
- ゴール可能なら、列車の最短移動時間を求める。



基本方針

- ◎ タイルの位置はいつでも初期状態に戻せる
 - › 逆操作が常に存在する為
- ◎ よって、列車がどのタイルに、どの向きで載っているかのみで、状態を表現できる。
 - › タイル数(400) * 向き(4) = 1600状態
- ◎ どの状態からどの状態に次の時間で遷移出来るかが判れば、BFSを行う事で到達可能判定+最短時間の計算ができる。

遷移関係 = 隣接関係

- ◎ 状態の遷移関係は、あるタイルの(上,下,左,右)にどのタイルが隣接するかを求める事で計算できる。
 - › これの計算が大変。

準備

◎ 用語

- > 「タイル」は動く, $h \cdot w - 1$ 個
- > 「マス」は動かない, 位置, $h \cdot w$ 個
- > 「スペース」 隙間の事, 1個

タイル, マスの分類

◎ タイル

- › 固定タイル
- › 可動タイル
 - ループタイル
 - 非ループタイル

◎ マス

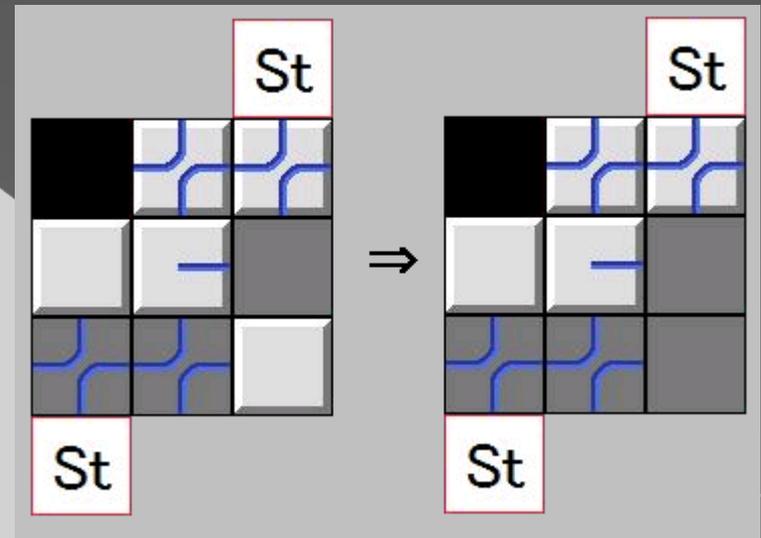
- › 固定マス
- › 可動マス
 - ループマス
 - ジョイント
 - 非ジョイント
 - 非ループマス

定義は後ほど...

固定マス/固定タイル

- ◎ スペースが移動可能な位置を全部列挙し、それ以外のマスと、その上にあるタイルを固定する。

- > 固定マス/固定タイルと呼ぶ。
- > 固定マス/タイル以外を可動マス/タイルと呼ぶ。



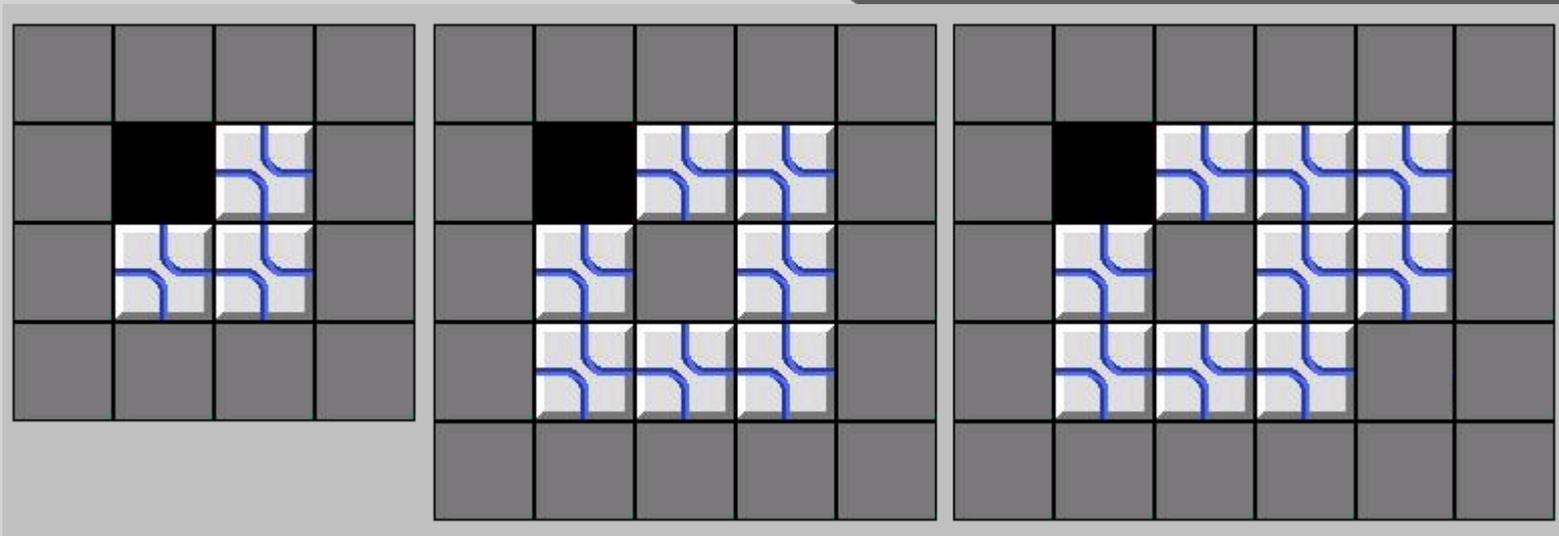
- ◎ メモ付きDFS一回で計算可能 - $O(h*w)$

ループ

- ◎ 3以上の N 枚のタイルの集合と、 $N+1$ マスの集合のペアで、次の条件を満たすものをループと呼ぶ事にする
 - ループに属する任意のタイルは、ループに属する任意のマスに移動可能
 - 更に M 枚のタイルとマスを付け加えてもループになる事が無い(極大)
- ◎ ループに属するタイル/マスを、ループタイル/ループマスと呼ぶ事にする。

ループの例

- ◎ 3タイル, 7タイル, 9タイルの例

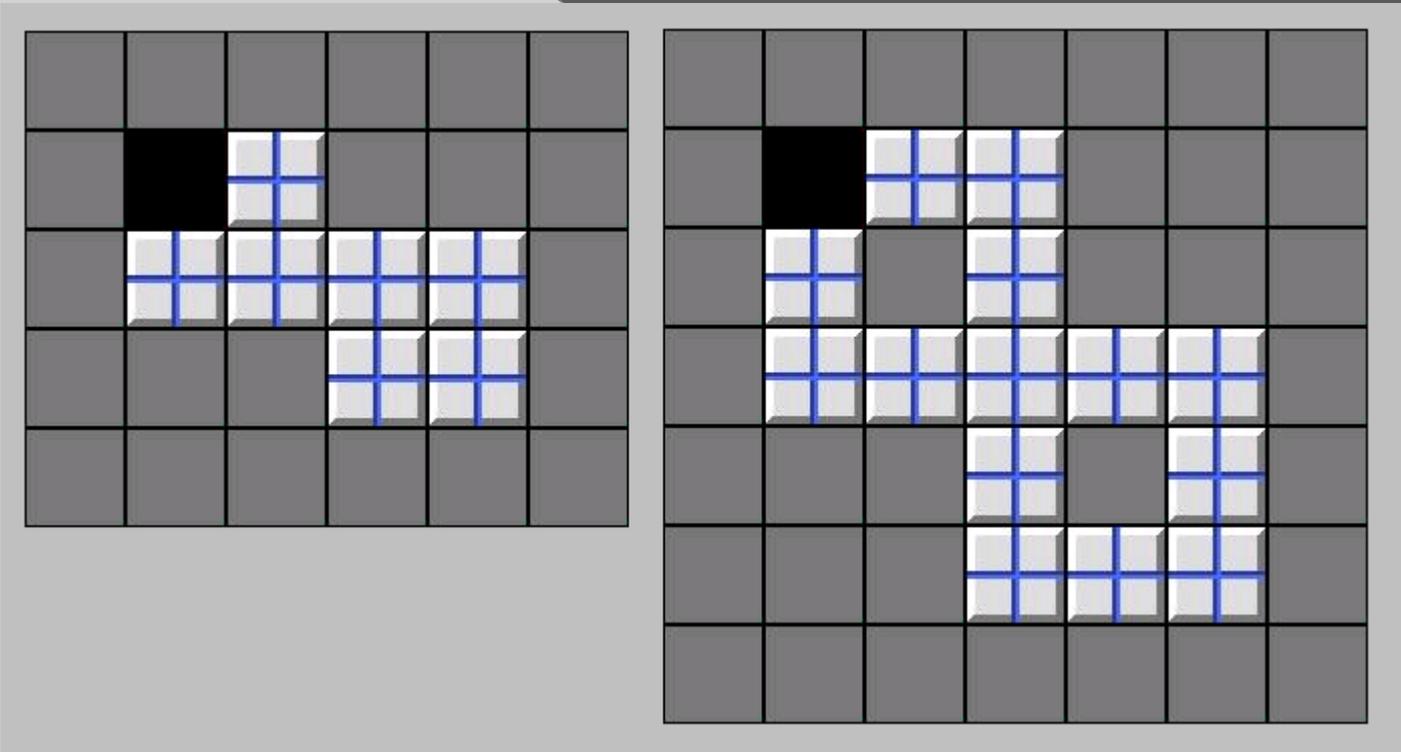


ループマスの求め方

- ◎ ある可動マスAがループマスなら、次のようなマスの列 A_0, A_1, \dots, A_n が存在
 - ▶ $A_0 = A_n = A, n \geq 4$
 - ▶ A_x は可動マス
 - ▶ A_x と A_{x+1} は隣接
- ◎ 各マスからメモ付きDFSを行う事で、全てのループマスを計算可能。
 - ▶ $O((h \cdot w)^2)$

ループの分離と抽出

- 2つのループがくっついている例



ループの分離と抽出

- ◎ あるマスを取り除く事で、連続なループマスが不連続になるなら、そこでループが分かれている。
 - そのマスと隣接するループマスの個数は3か4
 - 3なら、その内の2つが連続で、その2つの隣接マスとこのマスは同じループに属する。
 - 4なら、そのループマスは2つのループで共用
 - この様なループマスをジョイントと呼ぶ事にする。

ループの分離と抽出

- ◎ 各ループマスを試しに取り除き、そこからメモ付きDFSを行う事で、全てのループと、各ループに属するタイルを計算する事が可能。
 - > $O((h*w)^2)$

ループタイトルの計算

- ◎ あるループのマスの1つにスペースを移動させると、残りのマスの上にループに属するタイトルが載る事になる。
 - ▶ 任意の場所へのスペースの移動はメモ付きDFSで $O(h*w)$ で可能なので、 $O((h*w)^2)$ で全ループの属するタイトルが計算可能。
- ◎ 固定マス/タイトルでも、ループマス/タイトルでも無いものを、非ループマス/タイトルと呼ぶ事にする。

さてようやく隣接関係...

- ◎ 隣接関係を次のように分けて考える
 - › ループの隣接関係
 - ループ内の隣接関係
 - 異なるループ間の隣接関係
 - › 固定タイルとループタイルの隣接関係
 - › 固定タイル同士の隣接関係
 - › 非ループタイルの絡む隣接関係

ループ内の隣接関係

- ◎ ループが単純な輪の形をしている時
(ループに属するどのマスも、必ず丁度2つの隣接マスが同じループに属している時)
 - タイルも輪の形に並べた時、隣接する2つのタイルのみと任意の方向で接続する
- ◎ 複雑な形のループの時
 - ループに属する任意の2タイルは任意の方向で接続する

異なるループ間の接続関係

- ◎ ジョイントの位置でしか接続できない。
 - › ジョイントの上にループAのマス、下にループBのマスがあったら、ループAの任意のタイルは、ループBの任意のタイルの上に来る事が可能。
 - › 左右も同じ。

固定-固定 + 固定-ループ

- ◎ 固定マスと隣接するマスが...
 - › 固定マス
 - 固定タイルと固定タイルの接続
 - › ループマス
 - 固定タイルと、そのループに属する全てのタイルの接続
 - › 非ループマス
 - 非ループタイルとの接続のみ。非ループタイルの接続で扱う。

非ループタイルの絡む接続(1)

- ◎ 非ループタイルは丁度2マスにのみ存在可能
 - > スペースとの位置関係を考えればわかる。
 - > 各マス(二ヶ所)において、隣接可能なタイルを考えてやる。

非ループタイルの絡む接続(2)

- ◎ タイルがある位置にスペースを移動するとタイルとスペースが隣接する。
 - この状態の隣接3タイルと、スペースのある方向に隣接するタイルとして、スペースの隣にある3タイルを考えてやればよい
 - そのタイルが...
 - ループタイル
 - ループに属する全てのタイルと、その方向で隣接
 - それ以外
 - そのタイルと、その方向で隣接
 - これで隣接を網羅する事が出来る。

隣接関係が出来た!

- ◎ BFSを行い、到達可能判定+最短時間を求める
 - › BFSは $O((h*w*4)^2)$ で実行できる。
- ◎ ここまで全部ひっくるめても、 $O((h*w)^2)$
- ◎ 長かった...
 - › Judgeの解法
 - C++ : 400line, 10KByte

回答状況

- ◎ Submits : 3回
- ◎ Accepts : 0/1人

- ◎ コンテストで見たら捨てましょう。